JEDLIK ÁNYOS KAPCSOLATÉPÍTŐ CSAPATVERSENY LEENDŐ KÖZÉPISKOLÁSOKNAK

2014-2018.

Feladatok és megoldások

Burnóczkiné Kovács Erika
2019.

Kedves Versenyzők, Versenyfelkészítők!

Ebben a kiadványban az előző évek versenyfeladatai, illetve megoldásaik találhatóak meg. Feladatgyűjteményünk célja, hogy megkönnyítse a versenyre való felkészülést mind a tanulók, mind a tanárok számára.

Minden feladatsor 5 feladatot tartalmaz, az összeállításkor mindig törekszünk arra, hogy minden versenyzőnek sikerélménye legyen a megoldás során. Az utolsó feladat mindig idegen nyelven (angolul és németül) kerül kiírásra, ezzel is hangsúlyozva a matematika és az idegen nyelvek tanulásának fontosságát iskolánkban. Megértése nem igényel magas szintű nyelvi tudást, szükség esetén szószedet segíti a tanulókat. A feladat megoldását magyar nyelven várjuk.

Fontos, hogy a versenyzők ne csak végeredményeket közöljenek, hanem megoldásukat indokolják is.

Minden feladat helyes megoldásáért 10 pont jár, a részpontokat a feladatot javító szaktanár állapítja meg. A versenydolgozatokat feladatonként javítjuk, hogy az egyes feladatok elbírálása egyforma legyen.

Versenyünkre 7. és 8. osztályos diákokat várunk, 3 fős csapatokban, vagy egyéni versenyzőkként.

A megoldás részben minden feladatra egy megoldási módot közlünk. Természetesen az ettől eltérő helyes megoldási módszerek is megfelelnek.

A versenyre jó felkészülést kívánunk:

Szervezők

Jedlik Matematikaverseny 2014.

Feladatok

1. Egy pincében 6 hordó bor volt, egyenként 31; 20; 19; 18; 16 és 15 literesek. Két vásárló úgy vett bort, hogy az egyik kétszer annyit vett, mint a másik, és az egyik hordó eladatlan maradt. Melyik hordó maradt meg? (A vásárlás lebonyolításakor a hordókat nem nyitották fel.)

2. Réka egy lapra egy számsorozatot ír az alábbi szabály szerint: a következő számot mindig úgy kapja, hogy az előző szám számjegyeinek összegét 7-tel megszorozza. A számsor így kezdődik: 17; 56; 77;……Melyik szám lesz a 2014. helyen ebben a számsorban?

3. Egy sportcsarnok ülőhelyeinek számozását 1-essel kezdődően egymás után sorszámozzák fémből készült kis számjegyekkel. 1 számjegy 25Ft-ba kerül, tehát pl. a 8-as szám 25Ft, a 23-as $2 \cdot 25 = 50$Ft. Hány ülőhely van a stadionban, ha a számozásra 173725Ft-ot költöttek?

4. Töltsd ki az ábrát 1-től 4-ig terjedő számok kétjegyű kombinációival úgy, hogy egyrészt az ábrán csak különböző kétjegyű számok szerepeljenek, másrészt a sorokban és az oszlopokban nem szerepelhetnek azonos helyiértéken ugyanolyan számok. (Tehát pl. a 13-mal nem állhat azonos sorban, vagy oszlopban sem a 23, sem a 12, de a 31 igen.)

		12	
34			
	43		32

A következő feladatnál választhatsz az angol, vagy a német nyelvű kiírás közül, a feladat mindkét nyelven ugyanaz. A megoldást magyar nyelven készítsd!

5. a, Liste alle positiven Teiler von 66 und 80 auf, und wähle den größten gemeinsamen Teiler aus! (der Teiler-osztó)

b, Zwei Winkel einer Raute stehen im Verhältnis 4:11. Wie groß sind ihre Winkel? (die Raute-rombusz)

5. a, List all the divisors of 60 and 80. What is their greatest common divisor? (divisor - osztó)

b, The proportion of two angels of a rhombus is 4: 11. Figure out the measure of the angels in this rhombus. (proportion – arány; measure - méret)

Megoldások

2014.

1. A hordók: 31l, 20l, 19l, 18l, 16l, 15l
   Egyik vevő x litert, a másik 2x liter bort vesz, vagyis ketten együtt 3x litert. Így a megvett bor mennyiségének 3-mal oszthatónak kell lennie.
   Az összes bor: 31+20+19+18+16+15=119liter.
   Ez 3-mal osztva 2-t ad maradékul, így a megmaradt hordóban lévő bornak is 2 maradékot kell adnia 3-mal osztva. Csak egy ilyen hordó van, a 20 literes.
   119-20=99; 99:3=33
   Az egyik vevő 33=18+15 liter bort vett, a másik 66=31+19+16 litert.
   Válasz: A 20 literes hordó maradt meg.

2. A számsor: 17, 56, 77, 98, 119, 77, 98, 119,
   Az első két szám után 3 számból álló ismétlődő ciklusok vannak.
   A 2014. helyen álló számot úgy kapom meg, hogy a 2014-ből kivonok kettőt, és megnézem, hogy a maradék 3-mal osztva mennyi maradékot ad.
   2014-2=2012; 2012:3=670, a maradék 2 A 3-as ciklusban a 2. helyen álló szám 98.
   Válasz: A 2014. helyen álló szám a 98.

3. Egyjegyű számok:1, ,9 9db áruk:9*25Ft=225Ft
   Kétjegyű számok: 10, ,99 90db áruk: 2*90*25Ft=4500Ft
   Háromjegyű számok: 100,……,999 900db áruk:3*900*25Ft=67500Ft
   Négyjegyű számokra marad: 173725-(225+4500+67500)=101500Ft
   1db négyjegyű szám ára: 4*25Ft=100Ft
   101500:100=1015 1015db négyjegyű szám készült.
   Válasz: A helyek száma: 9+90+900+1015=2014.

4.

23	31	12	44
42	14	33	21
34	22	41	13
11	43	24	32

5. a, 66=2*3*11 $80=2^4*5$

Válasz: A 66 osztói: 1, 2, 3, 6, 11, 22, 33, 66.

A 80 osztói: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80.

A legnagyobb közös osztó: 2

b, A rombusz szögei: 4x; 4x; 11x; 11x

4x+4x+11x+11x=360

30x=260

x=12 4x=: $48°$, 11x=$132°$

Válasz: A rombusz szögei: $48°, 48°, 132°, 132°$.

Jedlik Kapcsolatépítő Matematikaverseny

2015.

A feladatok megoldására 60 percetek van. A megoldásokat tollal írjátok! Számológépet nem használhattok. Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér. Az 5. feladat először németül, majd angolul olvasható. Ennek a feladatnak a megoldását is magyarul készítsétek el.

1. Réka vásárolt egy almát, egy banánt és egy narancsot. Ha egy alma harmadába, egy narancs a kétkilencedébe, egy banán a kétharmadába kerülne a jelenlegi árának, akkor 100Ft-ot, ha pedig az alma kétötödébe, a narancs felébe, a banán tizedébe kerülne, akkor 50Ft-ot fizetett volna. Hány forintot fizetett Réka a három gyümölcsért?

2. Adjuk meg azokat a kétjegyű számokat, amelyekhez ha kettőt adunk, akkor a számjegyek összege a felére csökken!

3. Egy társasjátékban piros színű golyókat lehet szerezni, melyeket a játék során más színű golyókra lehet cserélni. 4 piros golyóért egy kéket, 5 piros golyóért egy lilát kapunk. A játék végén minden piros golyó 1 pontot, minden kék 6 pontot, minden lila 8 pontot ér. Ha egy játék során 113 piros golyót szereztünk, akkor mennyi lehet a játék végén a legtöbb pontunk?

4. Felírtuk a természetes számokat 1-től 2015-ig sorban egymás mellé a következő módon: 123456789101112……………201320142015.
   a, Hány számjegyből áll ez a számsor?
   b, Melyik a számsorban a középső számjegy?

5. In einer Klasse lernen 25 Kinder Deutsch, 28 Kinder Englisch, und 20 von ihnen lernen beide Sprachen. Wie viele Kinder besuchen die Klasse?

5. 25 children in a class are learning German, 28 children are learning English, and 20 of them are learning both. How many children attend the class?

Megoldások

2015.

1. Az alma árát jelöljük a-val, a banánét b-vel, a narancsét n-nel.

$$a + b + n = ?$$
$$\frac{a}{3} + \frac{2n}{9} + \frac{2b}{3} = 100$$
$$\frac{2a}{5} + \frac{n}{2} + \frac{b}{10} = 50$$

Az első egyenletet szorozzuk meg 9-cel, a másodikat 10-zel. Így ezt kapjuk:

$$3a + 2n + 6b = 900$$
$$4a + 5n + b = 500$$

Adjuk össze a két egyenletet:

$$7a + 7n + 7b = 1400$$

Vagyis: $a + n + b = 200$

Válasz: 200Ft-ot fizetett Réka.

2. A kétjegyű számot jelöljük *xy*-nal.

$$xy + 2 = ab$$
$$\frac{x+y}{2} = a + b$$

Mivel $a+b$ egész szám, így $x+y$ páros.
Mivel a számjegyek összegének csökkennie kell, ha 2-t hozzáadunk a számhoz, ezért tízes átlépés kell, vagyis y értéke 8, vagy 9.
Ha y=8, akkor a szóba jöhető számok (figyelembe véve, hogy x+y páros): 28, 48, 68 88. Ezek közül a 68-ra teljesülnek a feladat feltételei, hiszen 6+8=14, 68+2=70 és 7+0=7=14/2
Ha y=9, akkor a szóba jöhető számok (figyelembe véve, hogy x+y páros): 19, 39, 59 79 és 99. Ezek közül az 59-re teljesülnek a feladat feltételei, hiszen 5+9=14, 59+2=61 és 6+1=7=14/2
Válasz: A keresett számok az 59 és a 68.

3. 4piros=1kék 5piros=1lila
1piros=1 pont

1 kék=6 pont	4 piros=6pont	1piros=1,5pont
1 lila=8 pont	5 piros=8pont	1piros=1,6pont

Ez azt jelent, hogy a lila golyó éri meg legjobban, abból kell alehető legtöbbet gyűjteni, majd utána inkább kéket, mint pirosat.
113piros=22 lila+3 piros=179 pont,
vagy hogy a pirosak számát csökkentsük 113piros=21lila+2kék=180pont
Válasz: A játék végén a maximum 180 pontunk lehet.

4. 1234567891011121314…………201320142015

   a, 9db egyjegyű, 90db kétjegyű, 900db háromjegyű és 1016db négyjegyű számunk van. Így a számjegyek összege: $9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + 900 \cdot 3 + 1016 \cdot 4 = 6953$

   Válasz: A számsor 6953 számjegyből áll.

   b, A középső számjegy a $\frac{6953-1}{2}$+1=3477. számjegy

   3477=9+180+2700+588

   Vagyis a négyjegyű számok sorában az 588. számjegyet keressük.

   588$\div 4 = 147 \Rightarrow$ A 147. négyjegyű szám utolsó jegyét keressük. Ez a szám a 999+147=1146, amelynek a z utolsó jegye 6.

   Válasz: A középső számjegy 6.

5. Németül és angolul 20-an tanulnak, így csak németül 5-en, csak angolul 8-an. Az osztálylétszám:20+5+8=33

   Válasz: 33 tanuló jár az osztályba.

Jedlik Kapcsolatépítő Matematikaverseny

2016.

A feladatok megoldására 60 percetek van. A megoldásokat tollal írjátok! Számológépet nem használhattok. Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér. Az 5. feladat először németül, majd angolul olvasható. Ennek a feladatnak a megoldását is magyarul készítsétek el.

1. Egy dobozban 15 kék, 18 piros és 22 fekete golyó van. Legkevesebb mennyit kell közülük behunyt szemmel kihúzni, hogy biztosan legyen köztük
   a, 1 piros
   b, 2 kék
   c, legalább 2 különböző színű
   d, mindhárom színből 1-1

2. Egy 6 tagú társaságban mindenkinek páros számú ismerőse van. Legfeljebb hány ismeretség lehet ebben a társaságban? Indokolj!

3. Egy derékszögű háromszög átfogójához tartozó magassága és a derékszög szögfelezője 20 fokos szöget zár be. Mekkorák a derékszögű háromszög hegyesszögei?

4. Mutasd meg, hogy az $\overline{abab}$ alakú négyjegyű, tízes számrendszerbeli számok oszthatóak 101-gyel (a és b számjegyek, $a \neq 0$)!

5. Setzen Sie die Serie mit je zwei Gliedern fort! Beschreib auch den Prozess des Rechnens.
   a, 2; 4; 6; 10;……..
   b, 2; 4; 8; 32;……..
   c, 1; 2; 6; 16;……..

5. How would you follow the following sequence? How did you calculate it?
   a, 2; 4; 6; 10;……..
   b, 2; 4; 8; 32;……..
   c, 1; 2; 6; 16;……..

Jó munkát!

Megoldások

2016.

1. 15 kék, 18 piros, 22 fekete

   a, 15+22+1=38

   Legkevesebb 38 golyót kell kihúznunk, hogy biztosan legyen benne 1 piros golyó.

   b, 18+22+2=42

   Legkevesebb 42 golyót kell kihúznunk, hogy biztosan legyen benne 2 kék golyó.

   c, 22+1=23

   Legkevesebb 23 golyót kell kihúznunk, hogy biztosan legyen benne legalább 2 különböző színű golyó.

   d, 22+18+1=41

   Legkevesebb 41 golyót kell kihúznunk, hogy biztosan legyen benne mindhárom színből 1-1..

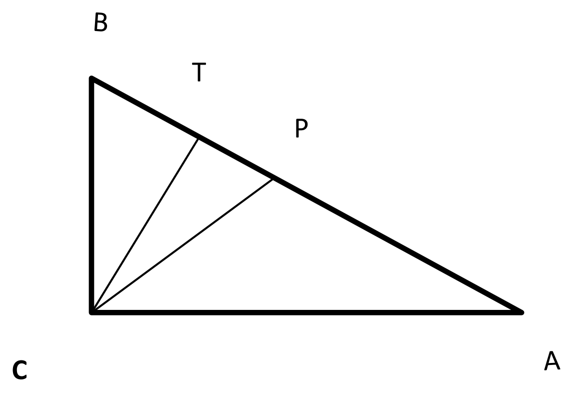
2. Egy hattagú társaságban az ismerősök száma 0, 1, 2, 3, 4, 5 lehet.

   Ha az ismerősök száma maximális és páros, akkor mindenkinek 4 ismerőse van.

   Így az ismertségek száma maximum $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12$

   Válasz:legfeljebb 12 ismertség lehet ebben a társaságban.

3.



ACB szög derékszög.

Az ABC háromszögben CT magasságvonal, CP szögfelező. A TCP szög 20 fokos.

Mivel CP szögfelező, ezért BCP szög=PCA szög=$\frac{90°}{2} = 45°$ ⇒BCT szög=$45° - 20° = 25°$

⇒CBT szög=$180° - 90° - 25° = 65°$ (BCT háromszögből számolva)

BAC szög=$180° - 90° - 65° = 25°$

Válasz: A derékszögű háromszög hegyesszögei: $25°$ és $65°$.

4. Az $\overline{abab}$ alakú számok felírhatóak a következő alakban, ahol *a* és *b* egész számok:
$$\overline{abab} = 1000a + 100b + 10a + b = 1010a + 101b = 101(10a + b)$$

Mivel 10a+b egész szám, így az eredeti szám osztható 101-gyel.

5. a, 2; 4; 6; 10; 16; 26; (Minden következő számot úgy kapunk, hogy az előtte lévő kettőt összeadjuk.)
   b, 2; 4; 8; 32; 256; 8192; (Minden következő számot úgy kapunk, hogy az előtte lévő kettőt összeszorozzuk.)
6. c, 1; 2; 6; 16; 44; 120; (Minden következő számot úgy kapunk, hogy az előtte lévő kettőt összeadjuk és az összeget megszorozzuk kettővel.)

   Megjegyzés: Más megoldás is jó, ha a képzési szabályt helyesen írja le.

Jedlik Kapcsolatépítő Matematikaverseny

2017.

A feladatok megoldására 60 percetek van. A megoldásokat tollal írjátok! Számológépet nem használhattok. Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér. Az 5. feladat először németül, majd angolul olvasható. Ennek a feladatnak a megoldását is magyarul készítsétek el!

1. Egy természetes számot 48-cal osztva a maradék 37. Mennyi lesz a maradék, ha a számot 16-tal osztjuk? Válaszodat indokold!

2. Nóri polcán 2 különböző matematika könyv, 2 különböző fizika könyv és 2 különböző szótár található. Hányféle sorrendben teheti fel a könyveket a polcra úgy, hogy a 2 matematika, a 2 fizika könyv és a 2 szótár egymás mellé kerüljön és a matematika és fizika könyvek is szomszédosak legyenek?

3. Egy matematika vizsgán az átlagpontszám 70 pont volt. A vizsgázók 80%-ának sikerült a vizsga. Akiknek nem sikerült a vizsga, azok átlagpontszáma 30 pont volt. Hány pont volt azok átlagpontszáma, akiknek sikerült a vizsga?

4. Hány állítás igaz az alábbi hat állítás közül? Melyek azok?
   1. A 0 páros szám.
   2. A 2 prímszám.
   3. A hat állítás közül pontosan kettő igaz.
   4. A hat állítás közül pontosan három igaz.
   5. A hat állítás közül pontosan négy igaz.
   6. Az első öt állítás közül pontosan három igaz.

5. Ein Dreieck hat einen Winkel von 65 Grad und einen von 75 Grad. Wie groß ist der Winkel, der der längste Seite gegenüber liegt? (der Winkel=szög, die Dreieck=háromszög)

5. The two angles in a triangle are 65^0 and 75^0. .What is the size of the third angle opposite the longest side? (angle =szög, triangle =háromszög)

Jó munkát!

Megoldások

2017.

1. A 48-cal osztható rész 16-tal is osztható, így itt nincs maradék.

   A 37-et 16-tal osztva a maradék 5, így az adott szám is 5-öt ad maradékul 16-tal osztva.

   Válasz: A maradék 5.

2. A matematika könyvek lehetséges sorrendje:2 eset

   A fizika könyvek lehetséges sorrendje: 2 eset

   A szótárak lehetséges sorrendje: 2 eset

   A szótárak vagy az első 2 helyen, vagy az utolsó 2 helyen állnak: 2 eset

   A matematika és fizika könyvek sorrendje felcserélhető: 2 eset

   Megoldás: 2*2*2*2*2=32

   Válasz: 32 féleképpen teheti fel Nóri a könyveket a polcra.

   (Az esetek felsorolása is helyes megoldás.)

3. Sikeresen vizsgázók átlagpontszámát jelöljük y-nal.

Résztvevők száma: x	Összes pont: $70\cdot x$
Akiknek nem sikerült: $0{,}2\cdot x$	Pontszámuk: $0{,}2\cdot x\cdot 30=6\cdot x$
Akiknek sikerült: $0{,}8\cdot x$	Pontszámuk: $0{,}8\cdot x\cdot y$

Így a következő egyenletet kapjuk:	$0{,}8\cdot x\cdot y+6\cdot x=70\cdot x$	$/:x$
	$0{,}8\cdot y+6\cdot=70$	$/-6$
	$0{,}8\cdot y=64$	$/:0{,}8$
	$y=80$	

   Válasz: Sikeresen vizsgázók átlagpontszáma 80 pont.

4. 1. Igaz
   2. Igaz

3. Hamis
4. Hamis
5. Igaz
6. Igaz

Válasz: 4 állítás igaz.

5. $\alpha = 65°$ $\beta = 75°$ $\gamma = 180° - 65° - 75° = 40°$

Egy háromszögben a legnagyobb oldallal szemben van a legnagyobb szög.

Válasz: A leghosszabb oldallal szemközti szög 75°.

Jedlik Kapcsolatépítő Matematikaverseny

2018.

A feladatok megoldására 60 percetek van. A megoldásokat tollal írjátok! Számológépet nem használhattok. Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér. Megoldásaitokat indokoljátok! Az 5. feladat először németül, majd angolul olvasható. Ennek a feladatnak a megoldását is magyarul készítsétek el!

1. a, Írd fel a 12-t 6 db egyessel!
   b, Írd fel a 100-at 5db ötössel!

2. Noémi 3 egyjegyű pozitív számot írt a füzetébe, amelyek összege 16 volt. Ezután egyet kiradírozott és egy 4-est írt a helyére. Ekkor a három szám szorzata 48 lett. Mi lehetett a kiradírozott szám?

3. A szilva 80%-a víz. Az aszalt szilva 40%-a víz. Mennyi szilvából lesz 1kg aszalt szilva?

4. Egy ABC egyenlő szárú háromszög AB alapja 5cm, szárai 10cm hosszúak. A háromszög BC szárára a háromszögön kívül BDEC négyzetet rajzolunk. Mekkora szöget zár be az AB oldal és az AE átló?

5. Wie viel dreistellige positive ganze Zahlen gibt es, in denen die Ziffer 0 vorkommt?
   (dreistellig - háromjegyű; ganze Zahl - egész szám)

5. How many 3-digit positive whole numbers contain a zero (0)?
   (3-digit - háromjegyű; whole number - egész szám)

Jó munkát!

Megoldások

2018.

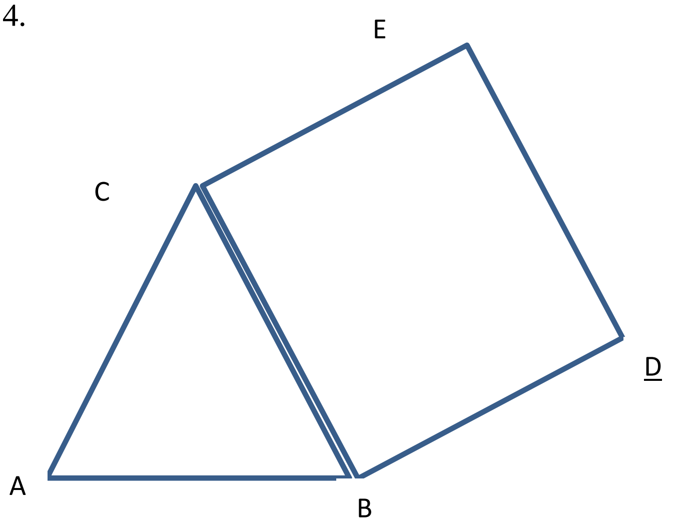
1. a, $12=11+1+1\cdot1-1$ vagy $12=11+1\cdot1\cdot1\cdot1$
   b, $100=5\cdot5\cdot5-5\cdot5$ vagy $100=(5+5+5+5)\cdot5$

2. $a+b+c=16$ a, b, c pozitív egész számok
   c-t kiradírozza $a\cdot b\cdot4=48$ $a\cdot b=12$
   1. eset: a=1, b=12 nem megoldás, b nem egyjegyű
   2. eset: a=2, b=6, c=8 ez jó
   3. eset: a=3, b=4, c=9 ez is jó
   4. eset: a=4, b=3 ugyanaz, mint a 3. eset
   5. eset: a=6, b=2 ugyanaz, mint a 2. eset
   6. eset: a=12, b=1 nem megoldás, a nem egyjegyű

   Válasz: A kiradírozott szám 8 vagy 9.

3. 1kg szilvában 0,8kg víz és 0,2kg „szilva" van.
   1kg aszalt szilvában 0,4kg víz és 0,6kg „szilva" van.
   A 0,6kg háromszorosa a 0,2kg-nak, így 3-szor 1kg, vagyis 3kg szilva kell.
   Válasz: 3 kg szilvából lesz 1kg aszalt szilva.

4.



AB=5cm, BC=AC=BD=CE=ED=10cm

ABC háromszög egyenlő szárú, így CAB szög= ABC szög=α; ACB szög=180-2α

ACE háromszög egyenlő szárú, így CAE szög=CEA szög=β

AEC háromszögben: $2\beta+180-2\alpha+90=180$

$\beta=\alpha-45$

EAB szög$=\alpha-\beta=\alpha-(\alpha-45)=45$

Válasz: Az AB oldal és az AE átló 45 fokos szöget zár be.

5. A háromjegyű számban 1, vagy 2 db nulla szerepelhet.
   Ha a számban 1db nulla szerepel, akkor az két helyen, a tízesek, vagy az egyesek helyén szerepelhet. A másik két helyen 9 féle szám állhat, mert a nulla nem. Ilyen számból tehát 9*9*2=162 van.
   Ha 2db nulla szerepel a számban, akkor azok a tízesek és az egyesek helyén állnak, a százasok helyén pedig 9 féle szám állhat. Ilyen szám tehát 9*1*1=9 van.
   Válasz: 162+9=171 olyan háromjegyű szám van, amiben szerepel nulla.