

LEVEL-ezz! matematika verseny 2024-2025.

2. forduló

Beadási határidő: **2024. december 20.**

Megoldásaidat indokold, ne csak végeredményt közölj!

Megoldott feladataidat matematika tanárodnak add át a beadási határidő lejárta előtt!

Jó munkát kívánunk!

9-10. évfolyam

1) Adott egy háromszög csúcsainak koordinátái: $A(-1; 0)$, $B(0; 4)$ és $C(3; -1)$. Keres olyan pontot a koordináta rendszerben mely az A, B, C pontokkal paralelogrammát alkot. Add meg a lehetséges negyedik pont koordinátáit! Mekkora a paralelogramma területe az ABC háromszöghöz képest? Az ABC háromszög területének hányad részét vágja le az y tengely? Számold ki ABC háromszög területét egységnégyzetben! (Készíts rajzot! A válaszokat indokold!)

2) Egy csomag játékkártya egyes lapjain levő ábrák alakja, színe, száma és mintázata a következő lehet:

Alakjuk szerint: kör, háromszög, négyzet, rombusz.

Színük szerint: piros, kék, zöld.

Számuk szerint: egy, kettő, három.

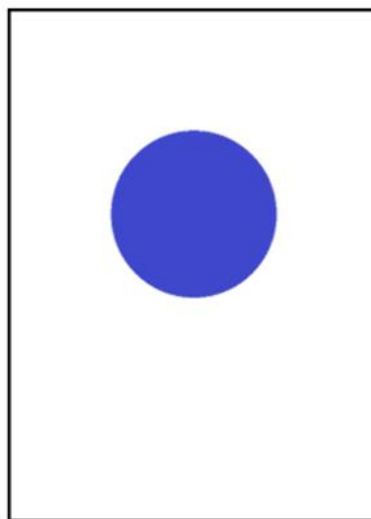
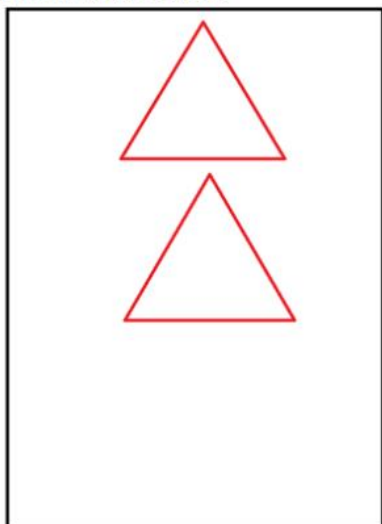
Mintázatuk szerint: belül üres, teljesen színes, vonalasan színezve.

A csomagban minden lehetséges kártyából egy darab van.

a) Hány lapból áll a kártyacsomag?

b) Kiválasztunk egy tetszőleges lapot a csomagból. Hány olyan lap van a többi között, amely az adott kártyától pontosan 3 tulajdonságban tér el?

c) Hány lapot kell kihúzni a csomagból, hogy biztosan legyen a kihúzottak között 3 olyan kártya, amelyen azonos alakú ábra van?



- 3) Egy könyv oldalainak számozásához pontosan 155 darab 5-ös számjegyet használtak fel.
- Hány oldalas a könyv?
 - Hányszor fordul elő a 0 számjegy az oldalszámok között?
- 4) Egy diákcsoport kirándult Budapestre. A vonaton 6 férőhelyes fülkékben utaztak, de az egyikben csak 5-en ültek. Az étteremben, ahol 4 személyes asztaloknál ültek, az egyik asztalnál csak 3 diák ült. Délután a vidámparkban 10 fős csoportokba osztották őket, de az utolsó csoportba csak 9 fő került.
- Hány diák utazott Budapestre, ha 100-nál kevesebben voltak?
 - Hazafelé a vonaton az egyik fülkében ülő 6 diák összeszámolta, hogy ki mennyi pénzt költött a kiránduláson. Kiderült, hogy az egymás mellett ülő 3-3 diák ugyanannyit költött, az egymással szemben ülők pedig rendre 400ft-tal többet. Az összes elköltött pénz 37,5%-át három egymás mellett ülő költötte el. Mennyivel lett kevesebb a fülkében ülők pénze?
 - Búcsúzáskor a fülkében ülők mindegyike mindenkivel kezét fogott. Hány kézfogás történt?
- 5) Egy 8x8-as saktábla négyzeteibe a bal felső sarokból indulva, balról jobbra, felülről lefelé beírtuk az 1, 2, 3, ..., 64 természetes számokat. Ez után a tábla mezőit minden lehetséges módon letakarjuk egy 2x2-es négyzettel. Hány esetben lesz a letakart négyzetekben levő számok összege osztható 3-mal?

11-12. évfolyam

1. Igazold, hogy tetszőleges x, z, y valós számok esetén az alábbi kifejezés értelmezhető, ha

$$x \cdot y \cdot z = 1 \text{ és } 1 + z + zx \neq 0$$

és értéke független x, z, y választásától.

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$$

2. Ábrázold és jellemezd!

$$f(x) = \sqrt{\sin^4 x} - \sqrt{\cos^4 x - \cos^2 x + \frac{1}{4}}$$

3. Old meg az egyenletet a valós számok halmazán!

$$2\cos^2 \frac{x^2 + 3y}{6} = 3^x + 3^{-x}$$

4. Tízmillió lakost számláló országban egy olcsó Covid teszt bevezetését a teszt hatékonyságának megállapítására laboratóriumi vizsgálatok előzik meg. Tudjuk, hogy nagyjából minden ezredik ember fertőzött. Az előzetes laboratóriumi vizsgálatok során megállapították, hogy a fertőzött emberek esetében a teszt 99,9%-ban mutat pozitív eredményt, de az egészségeseknél is sajnos 0,1%-ban pozitív a teszt.

- Számítsd ki egyszeri tesztelés után mekkora a valószínűsége, hogy pozitív teszt esetén beteg a vizsgált személy!
- Határozd meg hogyan változik ez a valószínűség, ha a tesztet egymás után kétszer is elvégzik, s csak akkor tekintik pozitívnak az eredményt, ha mindkét teszt eredménye pozitív! (A vizsgálatok eredménye függetlenek egymástól.)

